جامعة دمشق
المعهد العالي للبحوث والدراسات الزلزالية
ماجستير التأهيل والتخصص
قسم الهندسة الزلزالية

ديناميك المنشآت

Lec.06

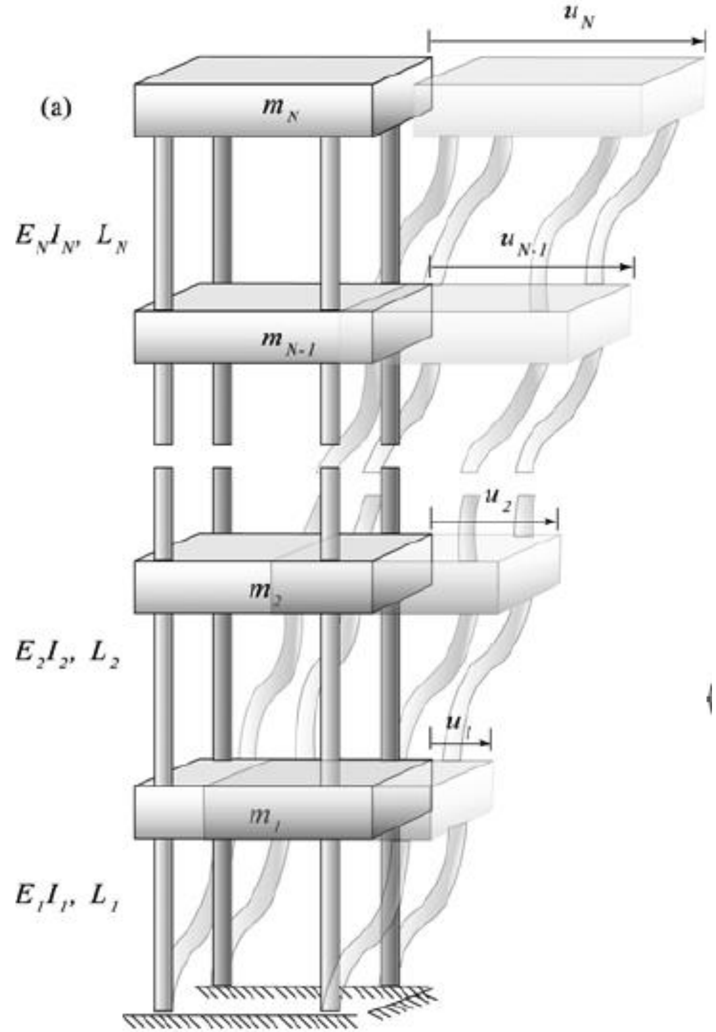
الجمل متعددة درجات الحرية (MDOF)
(معادلة الحركة)

د.م. ريم الصحناوي

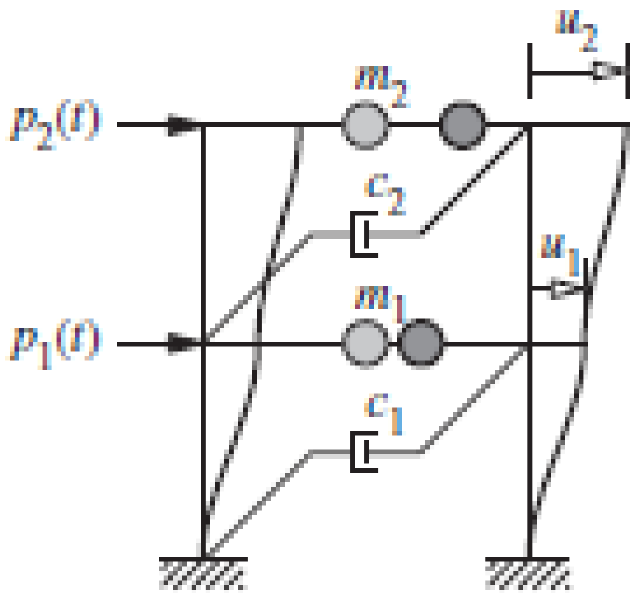
نمذجة المنشآت:

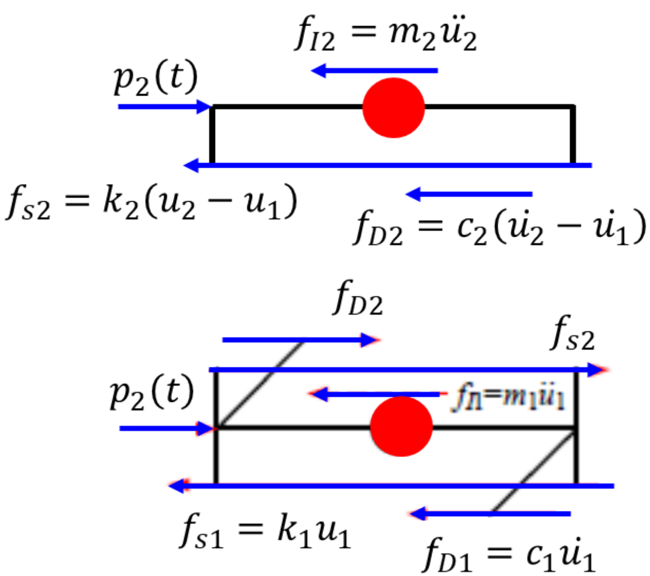
درجات الحرية الديناميكية:

بناء متعدد الطوابق



جملة بسيطة: بناء قص مؤلف من طابقين:





بتطبيق مبدأ دالامبير لكل كتلة:

$$P_j - f_{Dj} - f_{Sj} = m_j\ddot{u}_j$$

$$m_j\ddot{u}_j + f_{Dj} + f_{Sj} = P_j(t)$$

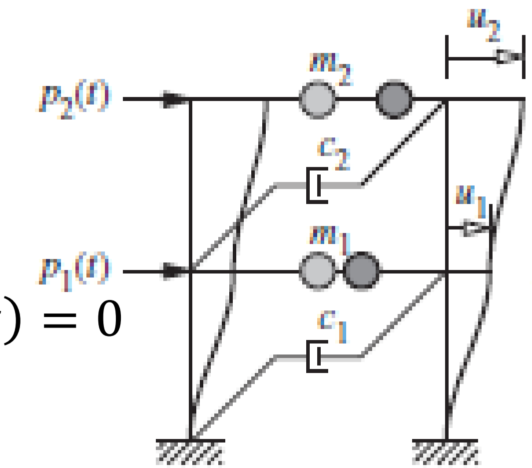
$P_j(t)$: القوة الخارجية.

f_{Sj}: قوة المقاومة أو قوة المرونة.

f_{Dj}: قوة التخامد.

جملة بسيطة: بناء قص مؤلف من طابقين:

بتطبيق مبدأ دالامبير لكل كتلة:



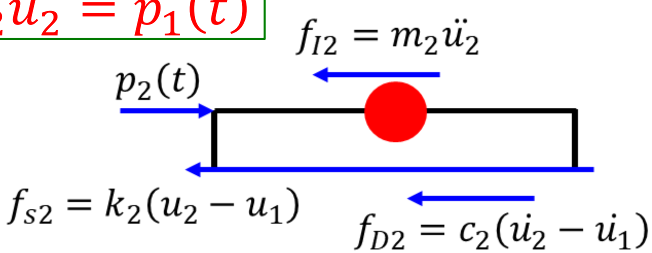
$$m_j\ddot{u}_j + f_{Dj} + f_{Sj} = P_j(t)$$

من أجل كتلة الطابق الأول:

$$m_1\ddot{u}_1 + c_1\dot{u}_1 - c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + k_1u_1 - k_2(u_2 - u_1) - p_1(t) = 0$$

$$m_1\ddot{u}_1 + (c_1{+}c_2)\dot{u}_1 - c_2\dot{u}_2 + (k_1{+}k_2)u_1 - k_2u_2 = p_1(t)$$

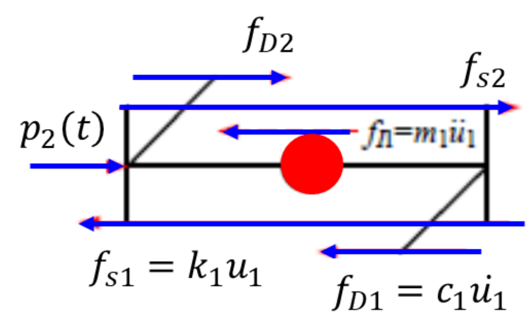
$$\boxed{m_1\ddot{u}_1 + 0\ddot{u}_2 + (c_1{+}c_2)\dot{u}_1 - c_2\dot{u}_2 + (k_1{+}k_2)u_1 - k_2u_2 = p_1(t)}$$



من أجل كتلة الطابق الثاني:

$$m_2\ddot{u}_2 + c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + k_2(u_2 - u_1) - p_2(t) = 0$$

$$\boxed{m_2\ddot{u}_2 + c_2\dot{u}_2 - c_2\dot{u}_1 + k_2u_2 - k_2u_1 = p_2(t)}$$



جملة بسيطة: بناء قص مؤلف من طابقين:

$$m_1\ddot{u}_1+0\ddot{u}_2+(c_1+c_2)\dot{u}_1-c_2\dot{u}_2+(k_1+k_2)u_1-k_2u_2=p_1(t)$$

$$m_2\ddot{u}_2+c_2\dot{u}_2-c_2\dot{u}_1+k_2u_2-k_2u_1=p_2(t)$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{Bmatrix}$$

$$\boldsymbol{m}\ddot{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{c}\dot{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{k}\boldsymbol{u}=\boldsymbol{p}$$

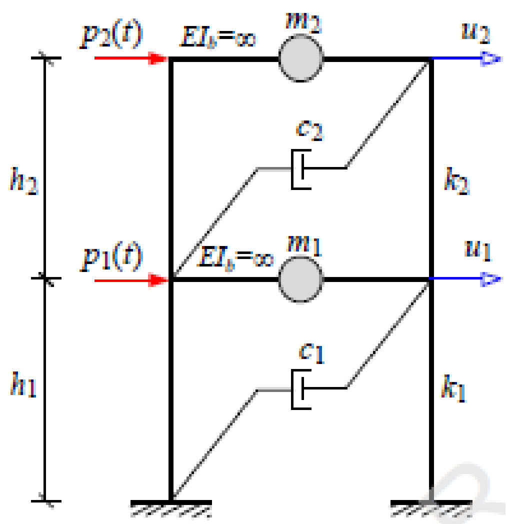
Where:

$$\boldsymbol{m}=\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{c}=\begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{k}=\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{u}=\begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{Bmatrix} \quad \boldsymbol{P}=\begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{Bmatrix}$$

جملة بسيطة: بناء قص مؤلف من طابقين:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p$$



مصفوفة الكتل
$$\boldsymbol{m} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$$

مصفوفة التخامد
$$\boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}$$

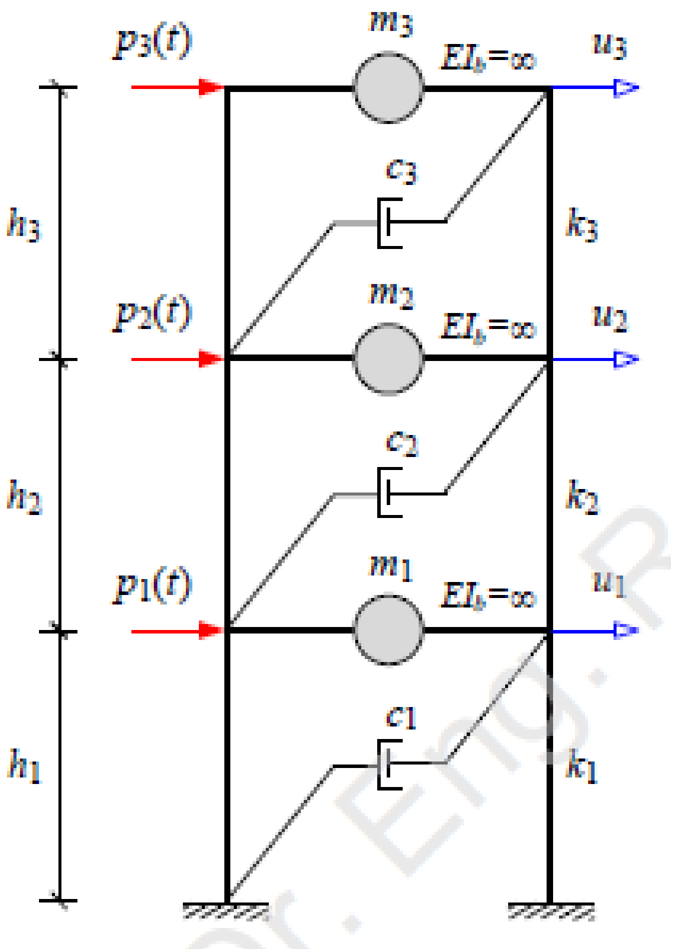
مصفوفة القساوة
$$\boldsymbol{k} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

شعاع الانتقال
$$\boldsymbol{u} = \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{Bmatrix}$$

شعاع القوى الخارجية
$$\boldsymbol{P} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{Bmatrix}$$

جملة بسيطة: بناء قص مؤلف من ثلاث طوابق:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p$$



مصفوفة الكتل

$$\boldsymbol{m} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

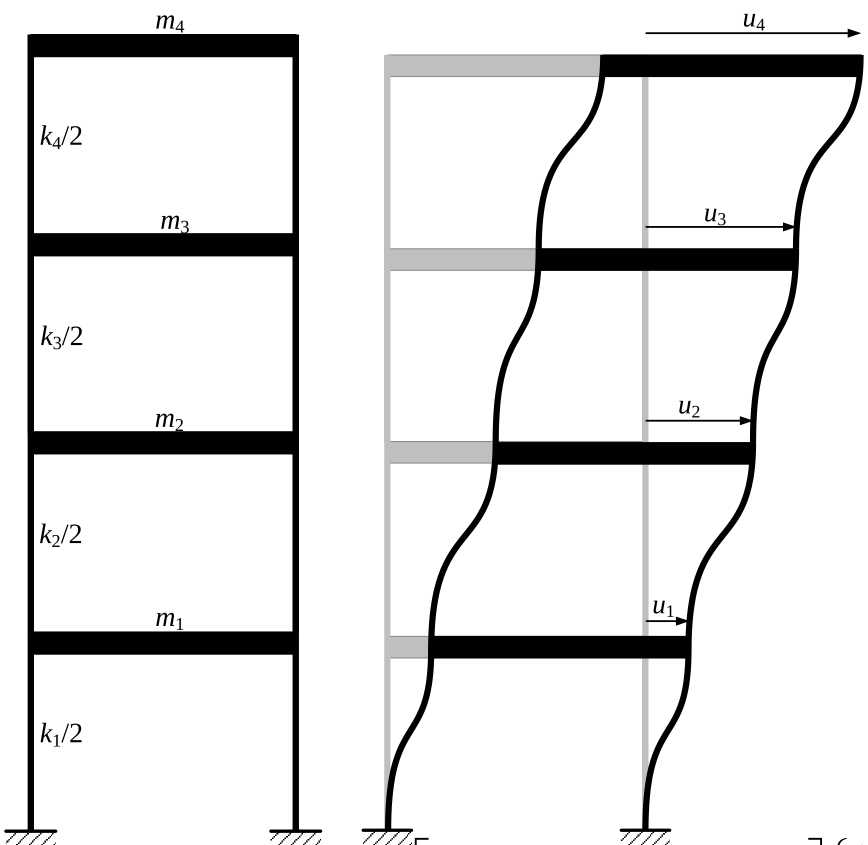
مصفوفة التخامد

$$\boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix}$$

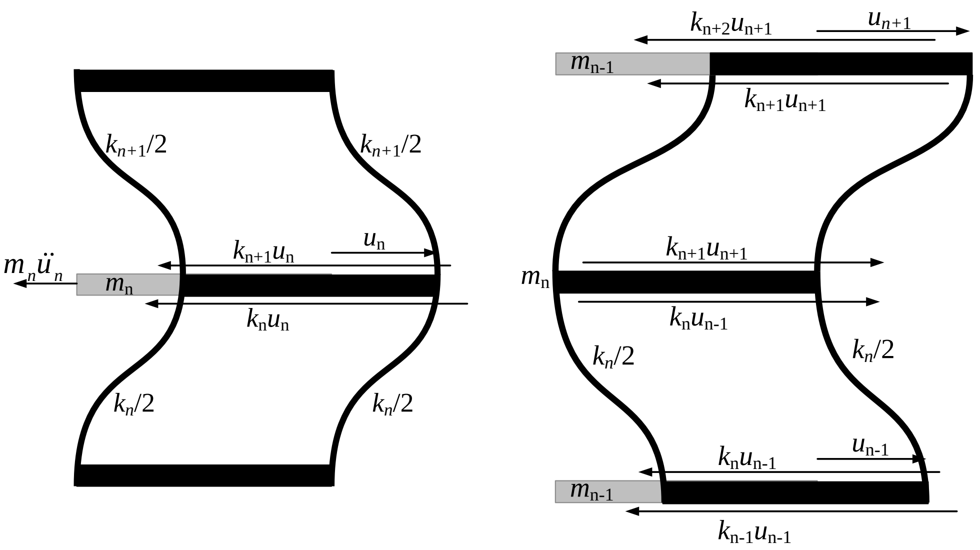
مصفوفة القساوة

$$\boldsymbol{k} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$

بناء قص متعدد الطوابق:



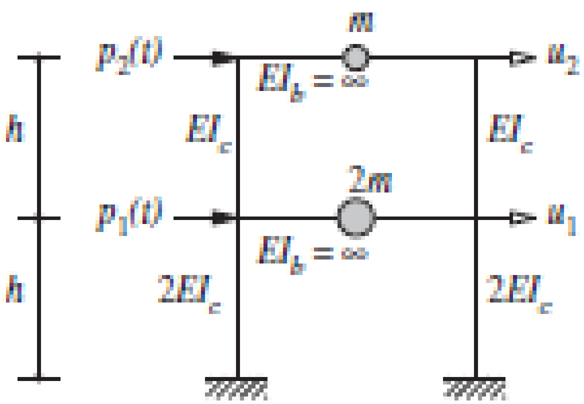
$$m_n\ddot{u}_n + k_n u_n + k_{n+1} u_n - k_n u_{n-1} - k_{n+1} u_{n+1} = 0$$



$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \vdots \\ \ddot{u}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & \dots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3+k_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -k_n \\ 0 & 0 & 0 & -k_n & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} = 0$$

مثال 1:

أوجد معادلة الحركة لبناء القص المؤلف من طابقين و المبين في الشكل أدناه.



$$\boldsymbol{m\ddot{u} + ku = p}$$

1- مصفوفة الكتل:

$$m_1 = 2m \ , m_2 = m$$

$$\boxed{\boldsymbol{m} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = \mathrm{m} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

2- مصفوفة القساوة:

$$\boldsymbol{k} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$k_1 = 2 \times \frac{12(2EI_c)}{h^3} = \frac{48EI_c}{h^3} \qquad k_2 = 2 \times \frac{12(EI_c)}{h^3} = \frac{24EI_c}{h^3}$$

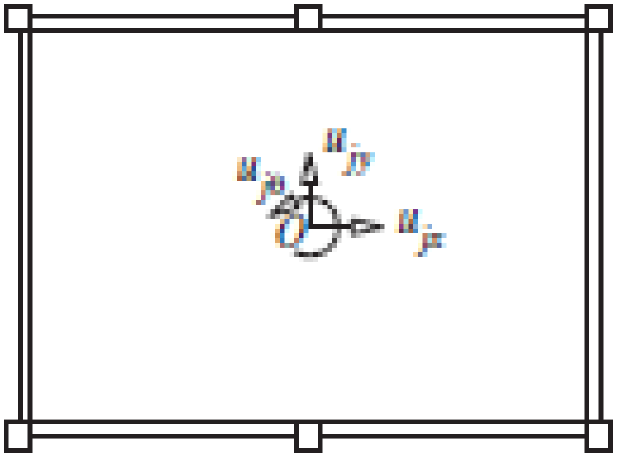
$$\boxed{\boldsymbol{k} = \frac{24EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}$$

$$m \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + 24\frac{EI_c}{h^3} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \end{Bmatrix}$$

تمثيل الكتلة في الأبنية متعددة الطوابق:

الديافرام الصلد:

يفترض عادة أن كل ديافرام طابقي صلد ضمن مستويه إلا أنه مرن على الانعطاف في الاتجاه الرأسي (خارج مستويه)، يدل هذا ضمناً على أن درجات الحرية الأفقية (u_x و u_y) لجميع العقد ضمن مستوي الطابق مرتبطة بدرجات الحرية الثلاث للديافرام الطابقي الصلد ضمن مستوي الطابق.

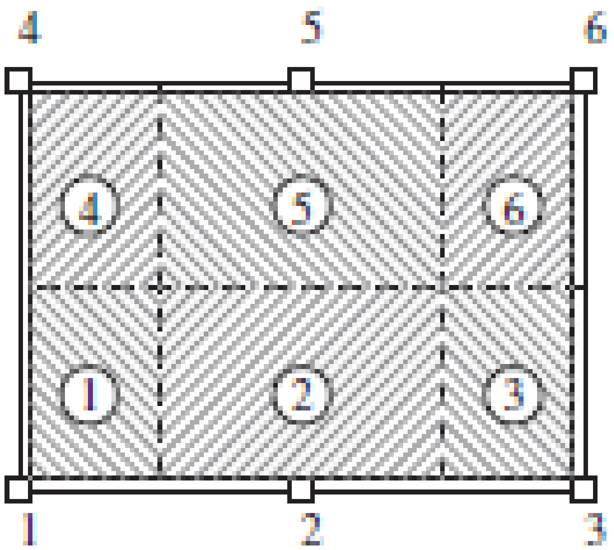


درجات الحرية لديافرام طابقي صلد ضمن المستوي ذو كتلة موزعة على كامل مساحة الديافرام

تعرف درجات الحرية الثلاث هذه من أجل الديافرام الطابقي j عند مركز كتلته وهي عبارة عن انزياحان u_{jx} و u_{jy} ودوران $u_{j\theta}$.
بالتالي يجب تعريف الكتلة فقط عند درجات الحرية هذه ولا داعي لتحديدها بشكل منفصل من أجل كل عقدة من عقد المبنى.

جملة بسيطة: بناء قص مؤلف من طابقين:

الديافرام الطابقي المرن:



يصبح تمثيل الكتلة في البناء متعدد الطوابق معقد جداً في حال عدم فرض الديافرام صلد في مستويه.

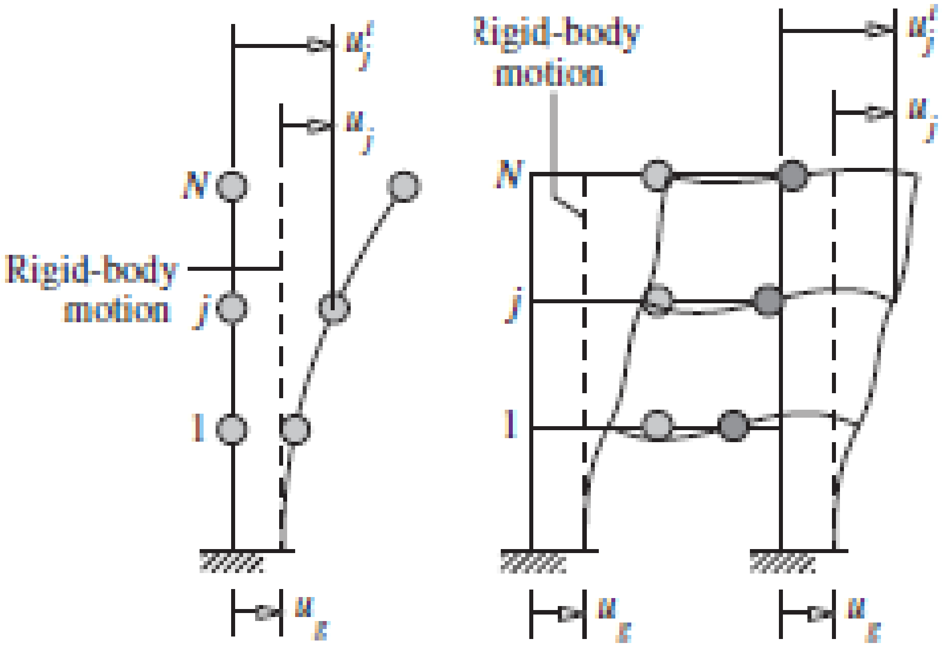
يجب أن يخصص جزء من كتلة الديافرام لكل عقدة على حدى.

ويتم توزيع الأحمال الميتة والحية الموزعة في مستوى الطابق حسب المساحات الرافدة لها.

كذلك يجب الأخذ بعين الاعتبار مرونة الديافرام عند صياغة خواص القساوة للمنشأة.

الحركة الأرضية الافقية:

$$u_j^t(\mathrm{t}) = u_g(\mathrm{t}) + u_j(\mathrm{t})$$



u_g : الانتقال الأرضي.

u_j^t: الانتقال الكلي للكتلة m_j

U_j: الانتقال النسبي بين الكتلة والأرض.

من أجل جميع الكتل N يمكن كتابة هذه العلاقة بشكل شعاعي:

$$\boldsymbol{u}^t(\mathrm{t}) = u_g(\mathrm{t})\,\mathbf{1} + \mathbf{u}(\mathrm{t})$$

حيث **1** هو شعاع من المرتبة N لكل عنصر واحدي.

الحركة الأرضية الافقية:

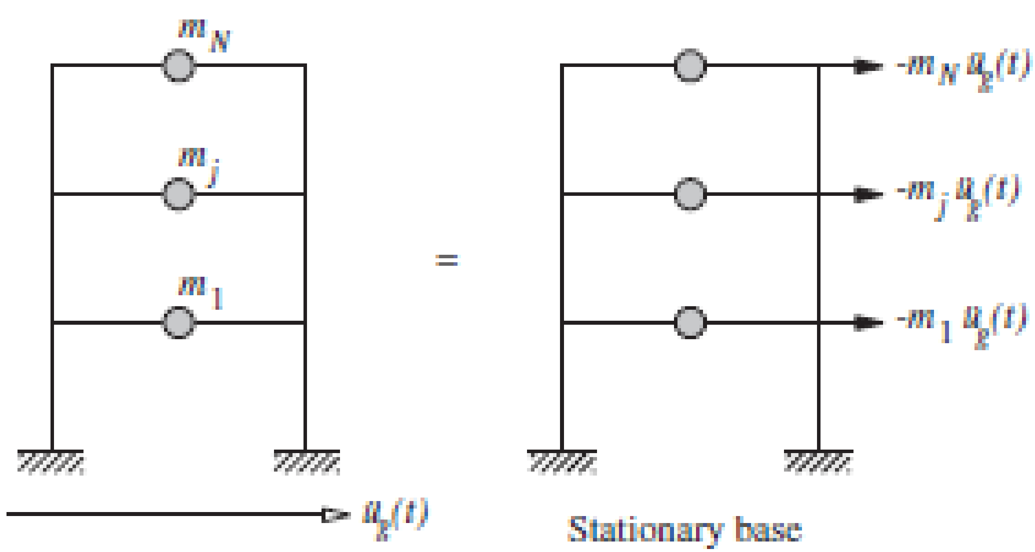
معادلة التوازن الديناميكي:

$$f_I + f_D + f_S = 0$$

تنتج قوى المرونة وقوى التخامد فقط من الحركة النسبية للكتل مع الأرض.

أما قوى العطالة مرتبطة بالتسارع الكلي للكتل $\ddot{u}^t$

$$\mathbf{m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m1}\ddot{\mathrm{u}}_{\mathrm{g}}(\mathrm{t})$$



لذلك يمكن أن تستبدل الحركة الأرضية

بقوى زلزالية فعالة.

$$\boldsymbol{P_{eff}(t) = -\mathbf{m1}}\ddot{\mathrm{u}}_{\mathrm{g}}(\mathrm{t})$$

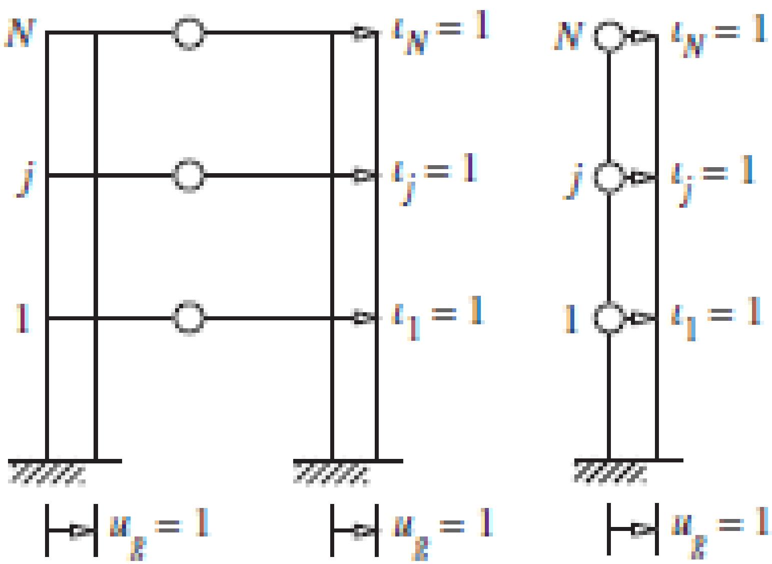
الحركة الأرضية الافقية:

$$\mathbf{m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\iota\ddot{u}_g(t)}$$

القوى الزلزالية الفعالة:

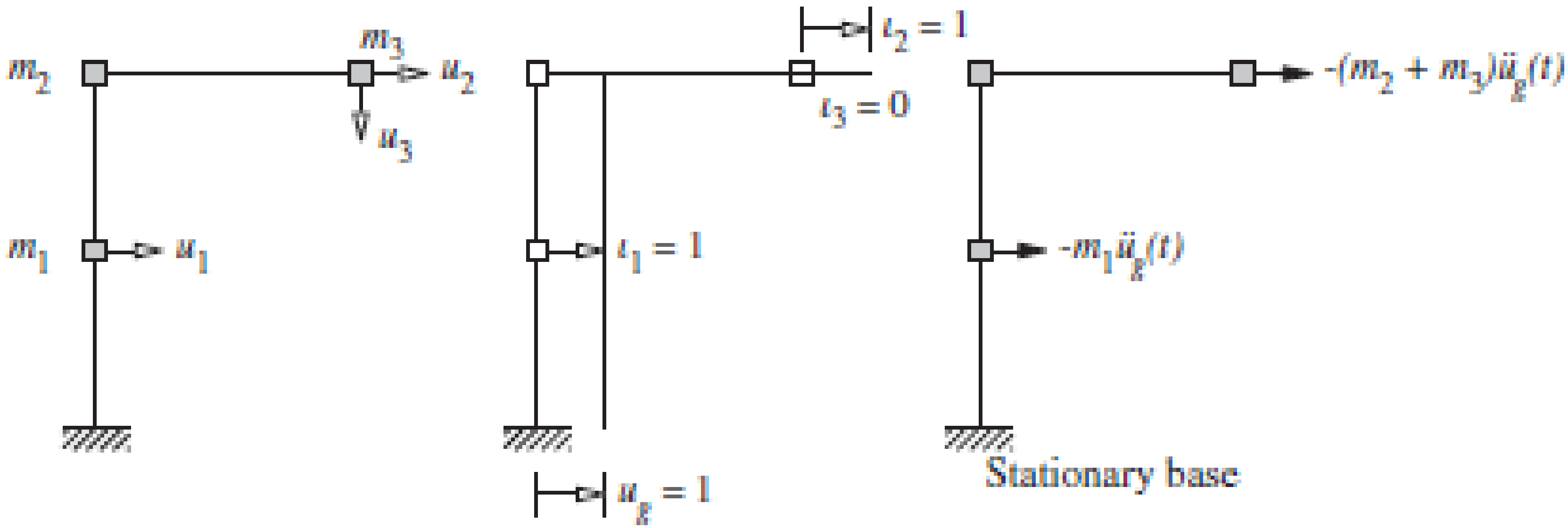
$$\boldsymbol{P_{eff}(t)} = -\mathbf{m\iota}\ddot{\mathrm{u}}_{\mathrm{g}}(\mathrm{t})$$

لا فائدة من هذا التعميم في حال انتقلت الجملة بدون تشوه نسبي كما هو مبين بالشكل أدناه. حيث أن التطبيق الستاتيكي لانتقال أرضي ug=1 على هذه الجمل يعطي uj=1 من أجل جميع درجات الحرية j وبالتالي **ι=1**



الحركة الأرضية الافقية:

من أجل الجمل التي جميع درجات الحرية الديناميكية لها ليست باتجاه الحركة الأرضية



$$\mathbf{u} = \langle u_1 \quad u_2 \quad u_3 \rangle^T.$$

$$\iota = \langle 1 \quad 1 \quad 0 \rangle^T$$

القوة الزلزالية المكافئة عند درجة الحرية الرأسية مساوية للصفر بسبب أن الحركة الأرضية أفقية

$$\mathbf{p}_{\text{eff}}(t) = -\mathbf{m}\iota\ddot{u}_g(t) = -\ddot{u}_g(t)\begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2+m_3 & \\ & & m_3 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = -\ddot{u}_g(t)\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2+m_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$